

بر آورد آنی خطای ساعت گیرنده با استفاده از روش کالمن فیلتر

نویسندگان : Roberto V. F. Lopes, Helio Koiti Kunga, Edmundo A. Marques Filho

کارشناسان انستیتوی ملی تحقیقات فضایی اسپانیا

مترجم :

کارشناس نقشه برداری، مدیریت نقشه برداری استان آذربایجان شرقی، سازمان نقشه برداری کشور

مهندس بابک قانونی

g_babak@yahoo.com

چکیده

سیستم تعیین موقعیت جهانی (GPS) یک سیستم ناوبری رادیویی^۲ یک طرفه^۳ و آنی^۴ است که در تمام شرایط آب و هوایی توانایی انجام کار را دارد. هدف اصلی این سیستم تولید سیگنال هایی جهت گیرنده های مخصوص GPS می باشد تا این گیرنده ها با استفاده از این سیگنال ها بتوانند مقادیر طول جغرافیایی، عرض جغرافیایی، ارتفاع بیضوی و زمان دقیق را به صورت آنی و دقیق محاسبه نمایند. از آنجایی که زمان دقیق، جزء لاینفک و دائمی این سیستم می باشد، بنابراین طیف وسیعی از کاربران زمان دقیق، به این سیستم به عنوان منبع اصلی پخش و کنترل زمان وابسته می باشند. در محاسبه زمان دقیق، دقت انحراف ساعت گیرنده از زمان GPS و دقت برآورد خطای انتشار امواج از ماهواره به گیرنده از اهمیت بسیار زیادی برخوردارند. در این مقاله یک فرایند کالمن فیلتر، جهت برآورد آنی خطای ساعت گیرنده به مشاهدات انجام گرفته، اعمال شده است. شایان ذکر است که گیرنده های GPS قادر به تولید تغییرات گسسته (پرش) در ساعت گیرنده می باشند تا بدین وسیله میزان انحراف ساعت گیرنده از زمان GPS را در حد تلورانس از پیش تعریف شده ای حفظ نمایند. در این مطالعه از گیرنده هایی با نرخ نمونه برداری^۵ ۱ Hz و به مدت نیم ساعت جهت ثبت مشاهدات استفاده شده است. در نهایت نتایج به دست آمده تحلیل شده اند و قابلیت این روش در برآورد پارامترهای فیلترینگ، دقت محاسبه زمان و قابلیت تشخیص پرش^۶ مورد ارزیابی قرار گرفته است.

واژگان کلیدی: خطای ساعت گیرنده، گیرنده GPS، آنی (لحظه ای)، کالمن فیلتر

۱. مقدمه

گیرنده های زمینی دارای پردازشگرهای مخصوصی هستند که می توانند با استفاده از آنها کدهای اندازه گیری فاصله گیرنده از ماهواره و پیام های ناوبری را دریافت، رمزگشایی و پردازش نمایند. تعیین موقعیت توسط GPS بر مبنای اندازه گیری فاصله ماهواره تا گیرنده در لحظه رسیدن موج به گیرنده (TOA)^۷ می باشد. [۵]. مفهوم TOA ارسال یک موج در زمان معین و دریافت آن موج توسط گیرنده در زمان معلوم دیگر می باشد. این بازه زمانی (زمان سیر امواج از ماهواره تا گیرنده یا همان مقدار TOA) در سرعت موج ضرب می شود تا فاصله ماهواره تا گیرنده محاسبه گردد. با اندازه گیری زمان TOA برای چند ماهواره با موقعیت

سیستم تعیین موقعیت جهانی مجموعه ای از ماهواره های در حال چرخش به دور زمین می باشد که با انتشار امواج رادیویی، برای تمامی کاربران در سطح جهان امکان تعیین موقعیت سه بعدی، سرعت و زمان دقیق را فراهم می سازد. آرایش فضایی ماهواره ها شامل ۲۱ ماهواره عملیاتی و ۳ ماهواره یدکی می باشد. این سیستم توسط وزارت دفاع آمریکا طراحی و ساخته شده است ولی استفاده از آن هم اکنون برای کاربران غیر نظامی نیز ممکن می باشد. ماهواره های GPS، امواج رادیویی شامل اطلاعات مورد نیاز گیرنده های زمینی را به طرف زمین ارسال می دارند.





نقشه کوروش - عشق آباد - جانشین جازوین -
حاجی آباد - نزد - اندرک - بندرکفایت در قیاس ۱:۲۵۰۰۰
به چوب رسید
این نقشه که از سری دوم نقشه کوروش ۱:۲۵۰۰۰ با استفاده از روش
خلوص ساری طی سه مرحله از نقشه کوروش ۱:۲۵۰۰۰ تلفیق گردیده است
سری نقشه کوروش ۱:۲۵۰۰۰ با استفاده از تکنیک کانت ۱:۴۰۰۰۰
سال ۱۳۷۹ تهیه شده و برای تأمین ارتفاعات از
فن Hillshade استفاده گردیده است. با گذشت
حقیقت نقشه کوروش جدید بر اساس آخرین اطلاعات
از سری نقشه کوروش جدید برای کشور تهیه گردیده
توسط سازمان نقشه برداری کشور جهت
درباره استفاده کاربران آماده بهره برداری است.

خطای ساعت گیرنده به عنوان چهارمین مجهول مطرح می شود و بنابراین هر کاربر برای تعیین موقعیت خود بایستی حداقل به چهار ماهواره دسترسی داشته باشد. در صورتی که dt میزان انحراف ساعت گیرنده و C سرعت حرکت نور باشد مقدار خطا برای طول های مشاهداتی برابر $C \cdot dt$ خواهد بود. فاصله ای که به این طریق اندازه گیری می شود، به شبه فاصله موسوم است.

اگرچه سیستم GPS به عنوان سیستمی جهت محاسبه مختصات دقیق زمینی و سرعت حرکت تعریف شده است ولی این سیستم می تواند اطلاعات مربوط به زمان را در هر نقطه از جهان با دقتی در حد نانو ثانیه ارسال نماید که برای بسیاری از کاربردها از حد انتظار نیز فراتر است.

گیرنده های GPS از مشاهدات کد (شبه فاصله) به منظور محاسبه مختصات زمینی مجهول و خطای ساعت گیرنده استفاده می نمایند و قادرند به منظور حفظ خطای ساعت گیرنده در حد تلورانس از پیش تعریف شده تغییرات ناپیوسته ای را در ساعت خود اعمال نمایند.

بعضی از گیرنده های مخصوص نظیر گیرنده های مورد بحث در این مقاله زمانی که خطای ساعت گیرنده از یک میلی ثانیه تجاوز نماید آن را به طور مجدد راه اندازی^{۱۲} می نمایند. در این گونه موارد استفاده از کالمن فیلترینگ به عنوان روشی جهت تعیین خطای ساعت گیرنده پیشنهاد می گردد. در این مطالعه از دو گیرنده ASHtech Z12 با نرخ نمونه برداری (1Hz) و به مدت نیم ساعت استفاده گردیده است.

۲. مدل سازی خطای ساعت گیرنده

در حالت کلی می توان خطای ساعت گیرنده را توسط مدل خطای ساعت کریستالی و به عنوان یک متغیر تصادفی گسسته با استفاده از پارامترهای b (offset) و d (drift) مدل بندی نمود که در این حالت خواهیم داشت:

$x_k = [b_k d_k]$ پارامتر دریفت^{۱۳} به صورت مدل نویز سفید^{۱۴} مدل بندی می شود. یعنی:

معلوم، گیرنده GPS قادر به تعیین موقعیت می باشد. فاصله ای که به این طریق اندازه گیری می شود، شبه فاصله^۸ نامیده می شود که توسط یک معادله مشاهده با ۳ مختصات مجهول مرتبط می گردد. در صورتی که زمان اندازه گیری بسیار دقیق باشد (هیچگونه اختلافی بین ساعت گیرنده و ساعت ماهواره نباشد)، با استفاده از ۳ مشاهده (بدون اظهار نظر راجع به دقت مختصات) می توان مجهولات را محاسبه کرد. برای این منظور ساعت گیرنده و ساعت ماهواره باید کاملاً همزمان باشند ولی این امر عملاً امکان پذیر نیست. زیرا هر ماهواره GPS شامل یک جفت ساعت اتمی استاندارد سزیم و ریبیدیم می باشد. در حالی که در گیرنده های GPS از آسیلاتور (نوسان سازهای) ارزان قیمت کوارتز استفاده می شود. و زمان گیرنده با شمارش مداوم چرخه های فرکانس های تولید شده توسط آسیلاتور مشخص می شود. همزمانی ساعت گیرنده با زمان GPS، زمانی اتفاق می افتد که گیرنده اولین موج ارسالی از ماهواره را دریافت کند. فرکانس L1 ماهواره های GPS شامل دو رشته اصلی داده می باشد که بر روی موج حامل مدوله^۹ شده اند. این دو رشته داده شامل کدهای C/A و P می باشند. علاوه بر این پیغام های ناوبری ارسالی از ماهواره ها نیز شامل اطلاعاتی نظیر مختصات مداری ماهواره ها، تصحیح ساعت ماهواره و آرایش فضایی ماهواره ها می باشد. این پیام ناوبری به صورت رمزگذاری شده بر روی هر دو کد C/A و P موجود می باشد. هر پیغام ناوبری شامل زمان ارسال پیغام بعدی بر حسب ثانیه GPS از هفته مربوطه می باشد. بعد از اینکه اولین پیغام ناوبری توسط گیرنده GPS دریافت و رمزگشایی شد یک برآورد تقریبی از انحراف ساعت گیرنده انجام می پذیرد.

انحراف ساعت گیرنده^{۱۰} به معنای اختلاف بین زمان GPS و ساعت داخلی گیرنده می باشد. زمانی که تعداد ماهواره های کافی برای محاسبه موقعیت آنتن گیرنده در دسترس باشد برآورد دقیق تری از انحراف ساعت گیرنده انجام می پذیرد و این مقدار جدید برای همانند [۶] سازی دقیق تر ساعت گیرنده و ماهواره مورد استفاده قرار می گیرد. مقدار بایاس^{۱۱} ساعت گیرنده در لحظه مشاهدات بر روی مشاهدات انجام گرفته روی تمام ماهواره ها تأثیر یکسانی دارد و بنابراین، علاوه بر سه مؤلفه مختصاتی مجهول،

H_k : ماتریس مشاهدات $n \times m$ در زمان t_k

x_k : بردار n تایی شامل مؤلفه های نویز (بردار سیستم) در زمان t_k

R_k : ماتریس $m \times m$ واریانس - کوواریانس نویز مشاهده شده در

زمان t_k

v_k : ماتریس گوس (m تایی) برای نویز اندازه گیری شده در زمان

t_k

مدل پیشنهادی جهت انجام آزمایش به صورت یک معادله چند

جمله ای به صورت زیر می باشد.

$$Y_k = X_k K' + X_{k-1} K'^{-1} + \dots + X_1 K' + X_0 K^0 + V_k \quad (3)$$

با توجه به رابطه (۱) خواهیم داشت:

$$H = [K', K'^{-1}, \dots, K', K^0] \quad (4)$$

$$X = [X_1, X_{1-1}, \dots, X_1, X_0] \quad (5)$$

مدل پویا برای حالت فوق به صورت زیر می باشد:

$$\dot{X} = FX + Gw \quad (6)$$

$$W = N(0, Q(t)) \quad (7)$$

که در آن x متغیر وابسته به زمان و F ماتریس $n \times n$ و G ماتریس

$n \times m$ برای تبدیل نویز w و ماتریس پردازش گوس Q و ماتریس

کوواریانس $n \times n$ برای پردازش نویز می باشد. بنابراین معادلات

کالمن فیلتر برای هر لحظه عبارتند از:

$$\bar{x}^o = F \bar{x} \quad (8)$$

$$\bar{p}^o = F \bar{p} + p F^t + G Q G^t \quad (9)$$

که در آن P ماتریس کوواریانس می باشد. در این حالت شرایط

اوکیه مربوط به هر معادله از اندازه گیری چرخه جدید کالمن فیلتر

محاسبه می شود. یعنی:

$$\bar{x}_{k-1} = \hat{x}_{k-1} \quad (10)$$

$$\bar{p}_{k-1} = \hat{p}_{k-1} \quad (11)$$

در صورتی که مدل پیشنهادی فوق الذکر ساده باشد ($F=0$) در

این صورت از روش های جبری می توان برای حل آن استفاده کرد

ولی در غیر این صورت راه حل های عددی برای محاسبات

پیچیده تر مورد نیاز می باشد. [۲]

برای حالت عملی به کار گرفته شده در این مقاله شرایط اوکیه

$$d_k = w_d$$

$$b_k = d_k + w_b$$

در این حالت بردار نویز به صورت زیر نوشته می شود:

$$w_k = [w_b, w_d]$$

که در آن w_d و w_b مقادیر واریانس غیر وابسته نویز سفید با

توزیع میانگین صفر می باشند.

با این وجود در این مقاله از روش دیگری استفاده شده است و

مقدار خطای ساعت گیرنده به عنوان یک بایاس که توسط مجموع

مؤلفه های نویز سفید نمایش داده می شود، در نظر گرفته شده است

که در این حالت بردار خطای ساعت گیرنده به صورت زیر نمایش

داده می شود:

$$X_k = [X_1, X_{1-1}, \dots, X_1, X_0]$$

به نحوی که خواهیم داشت:

$$\dot{X}_1 = \dot{X}_{1-1} = \dots = 0$$

در ادامه به توضیح این روش پرداخته می شود.

۳. طراحی کالمن فیلتر

کالمن فیلتر مجموعه ای از معادلات ریاضی است که

راه حل های محاسباتی (بازگشتی) ۱۵ کافی به منظور حل مسئله

برآورد آنی یک مقدار را ارائه می نماید. در این مقاله دو مدل خطی

و مدل پویای پیوسته برای برآورد خطای ساعت گیرنده مورد

استفاده قرار گرفته است.

مدل اندازه گیری در زمان t_k به صورت زیر می باشد:

$$Y_k = H_k X_k + V_k \quad (1)$$

$$V_k = N(0, R_k(t)) \quad (2)$$

که در آن:

Y_k : بردار m تایی شامل اندازه گیری های واقعی در زمان t_k

برای مقادیر \hat{x}_0 و \hat{p}_0 به صورت زیر می باشد:

$$\hat{x}_0 = y_1, \hat{x}_i = 0, i = 1, \dots, L \quad (12)$$

$$\hat{p}_0 = \text{diag}\{\sigma_{x_0}^2, \dots, \sigma_{y_l}^2\} \quad (13)$$

که در آن y_1 (مقدار اندازه گیری) برابر مقدار اولیه جمله بایاس یعنی \hat{x}_0 می باشد و سایر مؤلفه ها صفر می باشد. ماتریس اولیه واریانس، کوواریانس نیز به صورت قطری در نظر گرفته می شود. در این صورت معادلات جدید تشکیل شده همزمان با اندازه گیری جدید و تشخیص راه اندازی مجدد ساعت گیرنده به صورت زیر معرفی می شوند:

$$\Delta_k = y_k - H_k x_k \quad \text{For } k = [1, \dots, m]$$

که مقدار Δ_k برابر مقدار باقیمانده در زمان t_k می باشد. در صورتی که $\Delta_k > \varepsilon$ (میلی ثانیه) ε در این صورت معادله فوق منجر به تشخیص reset (راه اندازی مجدد ساعت گیرنده) می شود. و در این حالت خواهیم داشت:

$$\bar{x}_0(t_k) = y_k, \bar{x}_i(t_k) = \hat{x}_i(t_{k-1}), i = 1, \dots, L$$

$$\bar{P}_k = \begin{bmatrix} \sigma_{x_0}^2(t_0) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X & X & X \\ 0 & X & X & X \\ 0 & X & X & X \end{bmatrix} \quad (15)$$

مطالب فوق به این معنی است که مقدار اولیه جمله بایاس معادل مقدار اندازه گیری شده y_k قرار می گیرد و مقادیر برآورد شده دیگر تغییری نمی کند. و مقادیر ماتریس واریانس - کوواریانس به استثنای واریانس جمله بایاس ثابت باقی می ماند و مقدار واریانس جمله بایاس معادل $\sigma_{x_0}^2(t_0)$ می گردد و معادلات جدید کالمن فیلتر به صورت زیر نوشته می شود.

$$K_k = \bar{P}_k H_k' (H_k \bar{P}_k H_k' + R_k)^{-1} \quad (16)$$

$$\hat{P}_k = (I - K_k H_k) \bar{P}_k \quad (17)$$

$$\hat{x}_k = \bar{x}_k + K_k (\Delta_k) \quad (18)$$

که در آن \hat{x}_k برآورد تازه مؤلفه های بردار نویز، \hat{P}_k ماتریس

جدید واریانس - کوواریانس و K_k ماتریس کالمن گین^{۱۶} می باشد.

مقدار نویز اندازه گیری شده (R) که توسط معادله ۲ بیان می شود تابعی از دقت اندازه گیری و قدرت تفکیک گیرنده مورد استفاده می باشد. و مقدار آن از پارامتر GDOP^{۱۷} مشتق می شود. پارامتر GDOP یک مقدار ترکیبی است که منعکس کننده نقش هندسه ماهواره ها در تعیین موقعیت و زمان می باشد. یا به عبارت ساده تر پارامتر GDOP رابطه بین خطاها و شبه فاصله اندازه گیری شده را نشان می دهد. [۱۷]

$$GDOP = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + \sigma_b^2)^2 / \sigma \quad (19)$$

که مقادیر σ_x و σ_y و σ_z و σ_b بیانگر انحراف معیار استاندارد موقعیت گیرنده (x و y و z) و خطای ساعت ماهواره، (b) و مقدار σ بیانگر انحراف معیار استاندارد اندازه گیری شبه فاصله می باشد. متأسفانه از آنجایی که گیرنده های GPS لزوماً مقادیر DOP مربوط به زمان (TDOP) را تولید نمی کنند، بنابراین تمام مقادیر σ_i دارای یک مقدار ثابت می باشد (σ_b) و بنابراین خواهیم داشت:

$$\sigma_b = \sigma(GDOP) / 2 \quad (20)$$

بنابراین ماتریس کوواریانس نویز به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{y_1}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{y_2}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{y_m}^2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

که مقادیر σ_{y_i} در هر لحظه با توجه به رابطه (۲۰) محاسبه می شود.

ماتریس کوواریانس پردازش نویز (Q) برای نمایش خطای حاصل از مدل سازی به کار می رود. بنابراین مقادیر مناسب ماتریس (Q) تا زمان بهترین نتیجه مورد سرشکنی قرار می گیرد. ماتریس Q دارای شکل زیر می باشد:

$$Q = \text{diag}\{q_{ii}\}, i = 0, \dots, L \quad (22)$$

۴. نتایج حاصل از کالمن فیلتر

در تحقیق عملی صورت گرفته، نتایج حاصل از کالمن فیلتر با استفاده از داده‌های دو گیرنده ASHTECH Z12 حاصل شده‌اند. این دو گیرنده (مبنا و کاربر) $1/8$ به فاصله $5/2$ از یکدیگر تحت شرایط محیطی یکسان قرار گرفته‌اند و به مدت نیم ساعت پیوسته به جمع‌آوری داده پرداخته‌اند.

در نگاه اول به نظر می‌رسد که یک روند (مدل) خطی برای بیان خطای ساعت گیرنده قابل قبول باشد ولی بعداً مشخص گردید که یکی از گیرنده‌ها از رفتار خطی پیروی نمی‌کند بنابراین یک چند جمله‌ای از درجه دوم برای بیان مدل اندازه‌گیری‌ها به کار گرفته شد.

مقادیر اولیه کالمن فیلتر استفاده شده به شرح ذیل می‌باشند:

$$\hat{x}_0 = (0, y_1)$$

برای حالت خطی

$$\hat{x}_0 = (0, 0, y_1)$$

برای حالت سهمی شکل

$$\hat{P}_0 = \text{diag} \{ (100m/s)^2, (100m)^2 \}$$

برای حالت خطی

برای حالت چند جمله‌ای

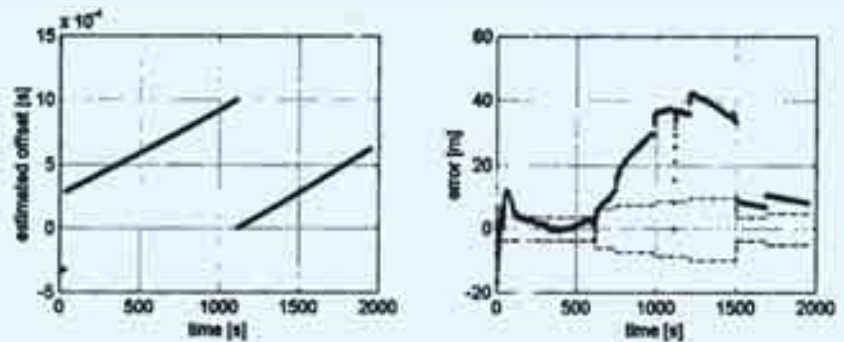
$$\hat{P}_0 = \text{diag} \{ (100m/s^2)^2, (100m/s)^2, (100m)^2 \}$$

ماتریس کوواریانس پردازش‌نویز به صورت قطری در نظر گرفته شد و تمام جملات

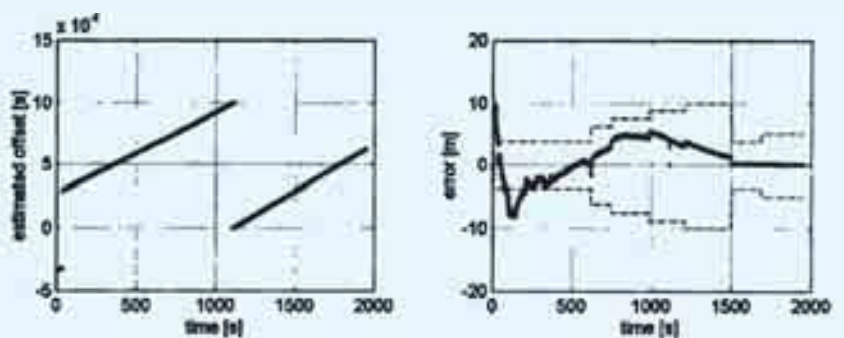
قطری برابر (10-5) در نظر گرفته شد. نتایج به دست آمده در شکل‌های ۱ تا ۳ نمایش داده شده‌اند. خطوط خط چین بیانگر انحراف معیار خطای اندازه‌گیری و خطوط پررنگ بیانگر باقیمانده خطای ساعت گیرنده می‌باشد (شکل ۱ و ۲).

شکل ۱ و ۲ نشان‌دهنده ۱ میلی‌ثانیه ناپیوستگی (پرش) در گیرنده مبنا می‌باشد. مدل خطی خط‌هایی را با مقادیر بزرگتر از مقادیر پیش‌بینی شده برای انحراف معیار اندازه‌گیری‌های (خطوط خط چین) نمایش می‌دهد. مدل درجه دوم نتایج بهتری را با خطای کمتر از ۱۰ متر نمایش می‌دهد. که دقتی بهتر از ۳۰ نانوثانیه را برای زمان در پی دارد. همان‌طور که از شکل‌های ۱ و ۲ مشاهده می‌شود، مقادیر باقیمانده‌ها بعد از پرش ساعت گیرنده در حدود ۱۱۰۰ ثانیه ابتدا به سمت صفر نزدیک‌تر شده و سپس به حالت اولیه باز می‌گردند و این حالت به دلیل بازسازی مجدد ماتریس کوواریانس بعد از عمل reset می‌باشد که تنها مقدار \hat{x}_0 به حالت اولیه بازگردانده می‌شود (شکل ۳).

شکل ۳، صفحه بعد نتایج حاصل از داده‌های گیرنده کاربر را نمایش می‌دهد. در شکل سمت چپ مقدار خطای برآورد شده توسط یک منحنی تقریباً سهمی شکل نشان داده شده است. و بیانگر یک ناپیوستگی در حدود ۱ میلی‌ثانیه می‌باشد. با استفاده از پارامترهای کالمن فیلترینگ استفاده شده برای گیرنده مبنا مقادیر باقیمانده‌ها کمتر از ۱۰ متر خواهد بود. علاوه بر مقدار پرش (ناپیوستگی) حاصل از راه‌اندازی مجدد



شکل ۱. نتایج حاصل از مدل چند جمله‌ای درجه اول برای گیرنده مبنا، سمت چپ نشان‌دهنده خطای ساعت گیرنده و سمت راست نشان‌دهنده باقیمانده‌ها و انحراف معیار اندازه‌گیری‌ها



شکل ۲. نتایج حاصل از مدل چند جمله‌ای درجه دوم برای گیرنده مبنا، سمت چپ نشان‌دهنده خطای ساعت گیرنده و سمت راست نشان‌دهنده باقیمانده‌ها و انحراف معیار اندازه‌گیری‌ها

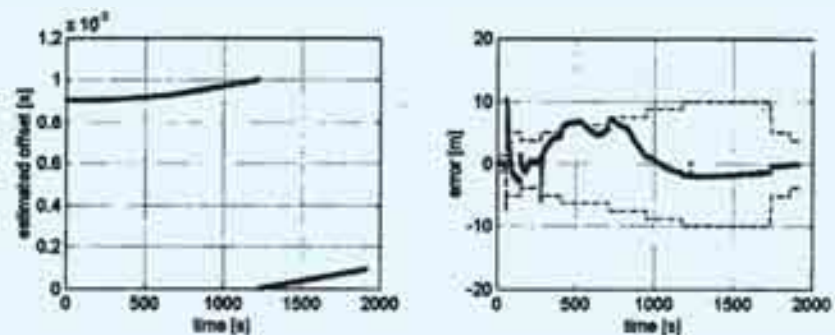
۶. پانوشت‌ها

1. Global Positioning System
2. Radio navigation system
3. One-Way
4. Real time
5. Sampling rate
6. Jump detection
7. Time of arrival
8. Pseudorange
9. Modulated
10. Receiver clock offset
11. Bias
12. reset
13. Drift
14. White noise
15. Recursive
16. Kalman gain
17. Geometric dilution of precision
18. (base , user)

۷. منبع

پایگاه اینترنتی

www2.dem.inpe.br/rvfl/cobem03_0738_edmundo.pdf



شکل ۳. نتایج حاصل از مدل چند جمله‌ای درجه دوم برای گیرنده کاربر، سمت چپ نشان دهنده خطای ساعت گیرنده و

سمت راست نشان دهنده باقیمانده‌ها و انحراف معیار اندازه‌گیری‌ها

ساعت گیرنده مقادیر پرش ممکن است از منابع دیگری نیز حاصل شود. به عنوان مثال در مقادیر حدود ۱۵۰۰ ثانیه در شکل ۱ و ۲ در سمت راست تغییر در ترکیب فضایی ماهواره‌ها سبب بروز ناپیوستگی تقریباً بزرگی شده است. علاوه بر آرایش فضایی ماهواره‌های GPS مقدار نرخ سیگنال به نویز، ارتفاع ماهواره‌های GPS از افق و خطای ناشی از چند مسیری باعث ایجاد ناپیوستگی در برآورد خطای ساعت گیرنده می‌باشد که در چندین نقطه از بازه زمانی اندازه‌گیری‌ها قابل رؤیت می‌باشد.

نکته قابل توجه این است که گیرنده دوّم (user) دارای رفتار غیر خطی است (شکل ۳ چپ) که به صورت مناسبی توسط یک مدل خطی قابل بیان نمی‌باشد و یک مدل چند جمله‌ای از درجه دوّم نتایج بهتری روی هر دو گیرنده دارد.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله برآورد آنی خطای ساعت گیرنده و تشخیص راه‌اندازی مجدد ساعت گیرنده توسط روش کالمن فیلترینگ مورد بحث قرار گرفت. مدل‌های خطی و مدل چندجمله‌ای از درجه دوّم برای دو مجموعه از داده‌ها که توسط دو گیرنده GPS برداشت شده بود مورد استفاده قرار گرفت. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که به کارگیری مدل چندجمله‌ای از درجه دوّم نتایج بهتری نسبت به مدل خطی دارد. در هر دو مجموعه داده‌ها بیشترین مقدار خطا در شروع محاسبات اتفاق افتاده است. که مقداری در حدود ۱۰ متر یا 3.3×10^{-8} ثانیه دارد. در تمام بازه محاسباتی روش مورد استفاده توانست به دقت بهتر از ۳۰ نانو ثانیه دست یابد. استفاده از داده‌های با زمان مشاهده بیشتر منجر به تهیه داده‌های آماری با معنا از باقیمانده مشاهدات و تشریح رفتار بلند مدت روش کالمن فیلتر منجر خواهد شد.