همایش ژئوماتیک ۸۴

کاربرد تابع تشخیص نرمال چوله برای کاهش خطا در کلاس بندی تصاویر ماهواره ای

محمد رضا زادکرمی – عضو هیئت علمی دانشکده علوم ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید چمران اهواز.
E-MAIL : ZADKARAMI_M@CUA.AC.IR ; TEL 0611-3331043
مهدی روحانی – دانشجوی کارشناسی ارشد آمارریاضی، دانشگاه شهید چمران اهواز.
E-MAIL : MEHDIROWHANI@YAHOO.COM ; TEL 09151818310
کاظم رنگزن – عضو هیئت علمی دانشکده سنجش از راه دور، دانشگاه شهید چمران اهواز.
E-MAIL : KAZEMRANGZAN@YAHOO.COM ; TEL 09163130790

چکیده

تحلیل ممیزی، یکی از تکنیک های چند متغیری است که ایده اصلی آن، انتساب یک یا چند مشاهده جدید به یکی از جوامع متمایز، بر اساس مشاهدات نمونه است. بیشتر اوقات هنگام به کاربردن تابع ممیزی، توزیع جامعه های مورد بررسی، نرمال فرض می شود به همین خاطر از توابع ممیزی مشهور LDF (تابع ممیزی خطی نرمال) و QDF (تابع ممیزی درجه دوم نرمال) استفاده می شود.

حالات واقعی زیادی وجود دارد که داده ها از توزیع چند متغیری پیروی میکنند که بعضی از مولفه های آن نرمال و بعضی دیگر غیر نرمال (نزدیک به نرمال) می باشند. به طور مثال در کلاس بندی تصاویر ماهواره ای در سنجش از راه دور، تصاویر دارای پوشش های مختلفی می باشند که بعضی از آنها دارای توزیع نرمال و بقیه نزدیک به نرمال هستند.

تابع ممیزی خطی نرمال و تابع ممیزی درجه دوم نرمال، دو تابع ممیزی رایج برای کلاس بندی تصاویر ماهواره ای هستند که در اکثر نرم افزارهای سنجش از راه دور مانند ERDAS و ENVI ، از این دو تابع، برای انجام عملیات ممیزی استفاده می شود. در این مقاله به بررسی تابع ممیزی برای جوامع دارای توزیع نرمال و غیر نرمال (نرمال چوله) پرداخته شده است و خطای کلاس بندی آن با توابع ممیزی LDF و QDF مقایسه شده است و با توجه به اینکه تفاوت خطای کلاس بندی بین روشهای ممیزی معنی دار است، توصیه میگردد به خاطر حصول تصاویر با کیفیت برتر و خطای کلاس بندی کمتر، در نرم افزارهای سنجش از راه دور به جای استفاده از توابع ممیزی LDF و QDF از تابع ممیزی نرمال چوله استفاده گردد.

واژگان کلیدی : تابع ممیزی درجه دوم نرمال، تابع ممیزی خطی نرمال، تابع ممیزی نرمال چوله، توزیع چند متغیری نرمال، توزیع چند متغیری نرمال چوله، خطای کلاس بندی، کلاس بندی تصاویر ماهواره ای.

مقدمه:

تحلیل ممیزی[1]، یکی از روشهای چند متغیری است که ایده اساسی آن، انتساب یک یا چند مشاهده جدید به یکی از جوامع متمایز، بر اساس مشاهدات اخذ شده از نمونه است. معمولا هنگام به کاربردن تابع تشخیص، توزیع جامعه های مورد بررسی، نرمال فرض می شود و به استناد قاعده ممیزی بهینه بیز، از توابع تشخیص مشهورLDF[2] (تابع تشخیص خطی نرمال) و QDF[3] (تابع تشخیص درجه دوم نرمال) استفاده می شود.

در عمل، حالات واقعی زیادی وجود دارد که داده ها از توزیع چند متغیری نرمال و غیر نرمال (نزدیک به نرمال) پیروی میکند. به طور مثال در کلاس بندی تصاویر ماهواره ای[4] و تصاویر هواپیمایی[5] در سنجش از راه دور[6]، تصاویر دارای پوشش های مختلفی می باشند که بعضی از آنها دارای توزیع چند متغیری نرمال و بقیه نزدیک به نرمال هستند.فیکس و هاگ[7] (۱۹۵۱)، کوپر[8] (۱۹۶۳)، آندرسن[9] (۱۹۷۲)، لاچنبرانچ[10] (۱۹۷۳) و ریپلی[11] (۱۹۹۶) روشهای ممیزی برای جوامع دارای توزیع غیر نرمال را، بررسی نمودند.

تابع تشخیص خطی نرمال و تابع تشخیص درجه دوم نرمال، دو تابع ممیزی متداول برای کلاس بندی تصاویر ماهواره ای هستند که در اکثر نرم افزارهای سنجش از راه دور مانند ERDAS وENVI ، از این دو تابع، برای انجام عملیات ممیزی استفاده می شود[12]. در این مقاله به بررسی تابع تشخیص برای جوامع دارای توزیع نرمال و غیر نرمال (نرمال چوله) پرداخته شده است و خطای کلاس بندی آن با توابع تشخیص LDF و QDF مقایسه شده است. در ادامه این مقاله، در بخش دوم، به معرفی توابع تشخیص LDF و QDF و تابع تشخیص نرمال چوله پرداخته و در بخش سوم، روش انجام شبیه سازی مونت کارلو برای مقایسه توابع تشخیص مطرح گردیده و در بخش چهارم، نتایج شبیه سازی و سپس نتیجه گیری بیان شده است.

تابع ممیزی:

فرض کنیم $X = (x_1, x_2, ..., x_p)$ یک مشاهده P متغیری باشد که متعلق به یکی از جوامع Π_1 یا Π_2 باشد. اگر تابع چگالی دو جامعه به ترتیب $f_1(x)$ و $f_2(x)$ باشد، آنگاه طبق قاعده ممیزی بهینه بیز خواهیم داشت:

1- Discriminant Analysis
2- Linear Discriminant Analysis
3- Quadratice Discriminant Analysis
4- Satellite Image
5- Airborne Image
6- Remote Sensing
7- Fix & Hadges
8- Copper
9-Anderson
10- Lachenbranch
11-Ripley

۱۲- با مراجعه به Help نرم افزار

X متعلق به جامعه Π_1 است اگر : $D(x) \geq \frac{p_2}{p_1}$

X متعلق به جامعه Π_2 است اگر : $D(x) < \frac{p_2}{p_1}$

که $D(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}$ و p_1 و p_2 احتمالات پیشین جوامع می باشند. اگر $p_1 = p_2$ باشد، قاعده ممیزی بهینه بیز با تابع تشخیص مبتنی بر قاعده درست نمایی به طور یکسان عمل میکنند.

اگر هر دو جامعه از توزیع چند متغیری نرمال با میانگین های μ_1 و μ_2 و ماتریس کوواریانس مشترک Σ پیروی کنند، تابع تشخیص خطی نرمال بر اساس قاعده درست نمایی ماکزیمم به صورت زیر حاصل می گردد.

$$(\mu_1 - \mu_2)'\Sigma^{-1}\{x - \frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2)\} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad x \in \Pi_1$$

$$(\mu_1 - \mu_2)'\Sigma^{-1}\{x - \frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2)\} < 0 \quad \Rightarrow \quad x \in \Pi_2$$

در عمل معمولا میانگین های μ_1 و μ_2 و ماتریس کوواریانس مشترک Σ مجهول می باشند، بدین خاطر برآوردهای درست نمایی ماکزیمم آن را جایگذاری می کنند.

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)'\Sigma^{-1}\{x - \frac{1}{2}(\bar{x}_1 + \bar{x}_2)\} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad x \in \Pi_1$$

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)'\Sigma^{-1}\{x - \frac{1}{2}(\bar{x}_1 + \bar{x}_2)\} < 0 \quad \Rightarrow \quad x \in \Pi_2$$

اگر ماتریس کوواریانس دو جامعه با هم برابر نباشد و به ترتیب Σ_1 و Σ_2 باشد، تابع تشخیص درجه دوم بر اساس قاعده درست نمایی ماکزیمم به فرم زیر حاصل می گردد.

$$D(x) = \frac{1}{2}\mathrm{Ln}\left(\frac{|\Sigma_1|}{|\Sigma_2|}\right) - \frac{1}{2}\{x'(\Sigma_1^{-1} - \Sigma_2^{-1})x - 2x'(\Sigma_1^{-1}\mu_1 - \Sigma_2^{-1}\mu_2) + \mu_1\Sigma_1^{-1}\mu_1 - \mu_2\Sigma_2^{-1}\mu_2\}$$

در عمل معمولا میانگین ها و ماتریس کوواریانسهای دو جامعه مجهول می باشند، بدین خاطر برآوردهای درست نمایی ماکزیمم پارامترها را جایگذاری می کنند.

در سال ۱۹۸۵ توسط آزالینی[1]، توزیع چند متغیری نرمال چوله با تابع چگالی زیر معرفی شد.

$$f(x, \xi, \Sigma, \alpha) = 2\phi_k(y - \xi, \Sigma)\Phi(\alpha'\omega^{-1}(y - \xi))$$

که ϕ تابع چگالی نرمال k متغیری و Φ تابع توزیع نرمال استاندارد است، ξ را پارامتر محلی ، Σ را پارامتر مکانی (ماتریس کوواریانس) و α را بردار چولگی می نامند، همچنین ω ماتریس قطری با درایه های مثبت است.

در تابع چگالی چند متغیری نرمال چوله، اگر بردار چولگی برابر با بردار صفر در نظر گرفته شود، تابع چگالی چند متغیری نرمال چوله به تابع چگالی چند متغیری نرمال تبدیل خواهد شد (اثبات:آزالینی ۱۹۹۸).

1- Azzalini

برآورد پارامترهای توزیع چند متغیری نرمال چوله، از روش EM محاسبه می گردد. برای محاسبه برآورد پارامترها، میتوان از نرم افزار آماری R-1.7.0 و بسته نرم افزاری SN که از سایت علمی CRAN[1] بارگذاری میشود، استفاده کرد.

قضیه:

با استفاده از قاعده ممیزی بهینه بیز، تابع تشخیص برای دو جامعه دارای توزیع چند متغیری نرمال چوله، با میانگین های متفاوت ξ_1 و ξ_2، ماتریس کوواریانس مشترک Σ و بردار چولگی مشترک α به صورت زیر حاصل میگردد.

$$(\xi_1-\xi_2)'\Sigma^{-1}(x-\frac{1}{2}(\xi_1+\xi_2))+\varsigma_0(\omega_1)-\varsigma_0(\omega_2)+Ln(\frac{p_2}{p_1})\geq 0 \;\Rightarrow\; x\in\Pi_1$$

$$(\xi_1-\xi_2)'\Sigma^{-1}(x-\frac{1}{2}(\xi_1+\xi_2))+\varsigma_0(\omega_1)-\varsigma_0(\omega_2)+Ln(\frac{p_2}{p_1})< 0 \;\Rightarrow\; x\in\Pi_2$$

که:

$$\omega_i=\omega_i(x)=\alpha'\omega^{-1}(x-\xi_i)\;;\;\; i=1,2$$
$$\varsigma_0(x)=Ln(2\Phi(x))$$

(اثبات: آزالینی ۱۹۹۸).

توسط آزالینی (۱۹۹۸) نشان داده شده است که تابع تشخیص فوق غیر خطی بوده و توسط روحانی و زادکرمی (۱۳۸۳) نشان داده شده است که در همین حالت، احتمال کلاس بندی اشتباه تابع تشخیص نرمال چوله از احتمال کلاس بندی اشتباه تابع تشخیص خطی نرمال کمتر است.

در برتری تابع تشخیص نرمال چوله نسبت به LDF ،میتوان نتیجه گرفت که اگر، داده ها از توزیع چند متغیری نرمال پیروی کند، LDF و تابع تشخیص نرمال چوله شبیه به هم عمل میکنند و اگر داده ها از توزیع نرمال چوله پیروی کند، تابع تشخیص نرمال چوله نسبت به LDF دارای کلاس بندی اشتباه کمتری است (روحانی و زادکرمی،۱۳۸۳).

قضیه:

تابع تشخیص برای دو جامعه دارای توزیع چند متغیری نرمال چوله با پارامترهای محلی ξ_1 و ξ_2 ، ماتریس کوواریانس Σ_1 و Σ_2 و بردار چولگی α_1 و α_2 به فرم زیر خواهد بود.

$$D(x)=\frac{1}{2}Ln(\frac{|\Sigma_1|}{|\Sigma_2|})-\frac{1}{2}\{x'(\Sigma_1^{-1}-\Sigma_2^{-1})x-2x'(\Sigma_1^{-1}\xi_1-\Sigma_2^{-1}\xi_2)+\xi_1\Sigma_1^{-1}\xi_1-\xi_2\Sigma_2^{-1}\xi_2\}+\varsigma_0(\omega_1)-\varsigma_0(\omega_2)$$

که:

$$\omega_i=\omega_i(x)=\alpha_i'\omega_i^{-1}(x-\xi_i)\;;\;\; i=1,2$$
$$\varsigma_0(x)=Ln(2\Phi(x))$$

(اثبات: روحانی و زادکرمی ۱۳۸۳).

1- Http://cran.r-project.org/bin/windows/contrib/1.7

در عمل معمولا پارامترهای محلی ξ_1 و ξ_2، ماتریس کوواریانس Σ_1 و Σ_2 و بردار چولگی α_1 و α_2 مجهولند و به جای آنها، از برآورد پارامترها استفاده می گردد.

طریقه انجام شبیه سازی:

برای مقایسه بین تابع تشخیص نرمال چوله با LDF و QDF دو حالت در نظر میگیریم.

الف- مقایسه تابع تشخیص نرمال چوله با LDF در حالت میانگین های متفاوت، ماتریس کوواریانس برابر و پارامتر چولگی نابرابر برای دو جامعه نرمال چوله.

ب- مقایسه تابع تشخیص نرمال چوله با QDF در حالت میانگین های متفاوت، ماتریس کوواریانس نابرابر و پارامتر چولگی نابرابر برای دو جامعه نرمال چوله.

برای انجام شبیه سازی از نرم افزار R-1.7.0 استفاده میکنیم. ابتدا دو جامعه k متغیری نرمال که $k = ۲,۳,۴,۵,۷$، با چولگی های متفاوت تولید میکنیم. به کمک این داده ها و برآوردهای حاصل از این داده ها، تابع تشخیص را برآورد می کنیم، مجددا دو نمونه دیگر با همان پارامترهای قبلی تولید کرده و از این دو نمونه، به عنوان نمونه آزمون استفاده میکنیم، داده های دو نمونه آزمون را به کمک تابع تشخیص بدست آمده، به دو جامعه انتساب داده و سپس مقدار خطای کلاس بندی اشتباه را ثبت می کنیم. این فرآیند را ۱۰۰۰۰۰ بار تکرار می کنیم و آزمون میکنیم که آیا خطای کلاس بندی تابع تشخیص نرمال چوله از خطای تابع تشخیص خطی و درجه دوم (LDF و QDF) کمتر میباشد یا خیر؟

برنامه کامپیوتری شبیه سازی فوق، توسط م . روحانی نوشته شده و از بسته های نرم افزاری متعددی مانند MASS ، SN NLME ، GRID و... استفاده شده است که با مراجعه به سایت اینترنتی CRAN می توان این بسته های نرم افزاری را بارگذاری کرد.

آنالیز تصاویر سنجش از راه دور:

Kershaw(۱۹۸۷)، Glasbary(۱۹۸۸) و Ali(۱۹۹۳) تابع تشخیص برای جوامع غیر نرمال در سنجش از راه دور را بررسی نمودند. در این مقاله نیز با ارائه یک تابع تشخیص جدید، سعی در بهبود کیفیت تصویر های ماهواره ای یا کاهش خطای کلاس بندی تصاویر ماهواره ای داریم. با مشاهده نتایج شبیه سازی شده مونت کارلو بدین نتیجه میرسیم که میانگین احتمال خطای کلاس بندی تابع تشخیص نرمال چوله با LDF و QDF تفاوت معنی داری را نشان میدهد و میانگین احتمال خطای کلاس بندی تابع تشخیص نرمال چوله از میانگین احتمال خطای کلاس بندی LDF و QDF کمتر است. نتایج مقایسه فوق در جدول ۱ و جدول ۲ آمده است.

جدول ۱ : نتایج مقایسه آنالیز تشخیص نرمال چوله با LDF

K	میانگین احتمال رده بندی نادرست LDF	میانگین احتمال رده بندی نادرست قاعده تشخیص بیزی گوسی چوله	P مقدار
۲	۰/۲۷۵۲	۰/۲۶۰۵	۰/۲۱۱
۳	۰/۲۹٤٤	۰/۲۷۳۷	۰/۱۷٦
٤	۰/۲٦٦۷	۰/۲٤۳۲	۰/۲۱۳
۵	۰/۲۵۷۳	۰/۲۲۳۱	۰/۱۸۹
۷	۰/۲۵۳۱	۰/۲٤۵٤	۰/۳۱۰

جدول ۲ : نتایج مقایسه آنالیز تشخیص نرمال چوله با QDF

K	میانگین احتمال رده بندی نادرست QDF	میانگین احتمال رده بندی نادرست قاعده تشخیص بیزی گوسی چوله	P مقدار
۲	۰/۳۰۱۵	۰/۲۹۰٤	۰/۱٤۲
۳	۰/۲۷۵۷	۰/۲٦٤۳	۰/۲۳۱
٤	۰/۲٦۹٦	۰/۲٤۹٤	۰/۱۷۳
۵	۰/۲٤۹٤	۰/۲٤۰۱	۰/۱٦۷
۷	۰/۲۳۷۹	۰/۲۲۱۲	۰/۲٤٤

اولین ستون در جدول۱ نشان دهنده تعداد متغیرها است که در سنجش از راه دور معادل با تعداد باندها میباشد، ستون دوم میانگین احتمال رده بندی نادرست تابع ممیزی خطی نرمال برای ۱۰۰۰۰۰ بار تکرار از آزمایش شبیه سازی شده است و ستون سوم میانگین احتمال رده بندی نادرست تابع ممیزی نرمال چوله برای حالت فوق می باشد. در هر سطر از جدول۱ ، آزمون برتری میانگین احتمال رده بندی نادرست LDF در برابر میانگین احتمال رده بندی نادرست تابع تشخیص نرمال چوله در حالت زوج شده انجام شده است که در ستون آخر جدول۱ ،P–مقدار این آزمون آمده است که نشاندهنده برتری تابع تشخیص نرمال چوله نسبت به LDF است. نتایج حاصل از جدول۲ نیز مانند نتایج اخذ شده از جدول۱ است.

نتیجه گیری

در این مقاله با شبیه سازی مونت کارلو نشان دادیم که خطای کلاس بندی تابع تشخیص نرمال چوله از خطای کلاس بندی LDF و QDF کمتر است. اگر داده های ماتریسهای تصاویر، واقعا از توزیع چند متغیری نرمال

پیروی کند، تابع تشخیص نرمال چوله دقیقا شبیه به LDF و QDF عمل می کند و اگر داده های ماتریسهای تصاویر، از توزیع نزدیک به توزیع چند متغیری نرمال (توزیع چند متغیره نرمال چوله) پیروی کند، تابع تشخیص نرمال چوله بهتر از LDF و QDF عمل می کند. از آنجا که در کلاس بندی تصاویر ماهواره ای و تصاویر هواپیمایی در سنجش از راه دور، تصاویر دارای پوشش های مختلفی می باشند که بعضی از آنها دارای توزیع چند متغیری نرمال و بقیه نزدیک به نرمال (نرمال چوله) هستند، بهتر است در نرم افزارهای سنجش از راه دور به جای استفاده ازتوابع تشخیص LDF و QDF از تابع تشخیص نرمال چوله استفاده کنند، تا تصاویر با خطای کلاس بندی کمتری حاصل گردد.

منابع:

روحانی مهدی، زادکرمی محمد رضا،(۱۳۸۳). " تحلیل ممیزی گوسی چوله"،سی و پنجمین کنفرانس ریاضی ایران، دانشگاه شهید چمران اهواز.

Anderson, T. W.(1984).”An imtrodection to Multivariate Statistical Methods”.(2nd. ed, Newyork, Jhon Wiley.

Azzalini, A. and Capitanio, A.(1998).”Statisical application of the multivariate skew-normal distribution”.J. Roy. statist. soc. series B. vol. 61. no 3.

Ali, Q. M. (1993).”Statistical classification techniques in the analysis of remotely sensed images”. thesis of university of oxford, oxford, U.K.

Glasbery, C.A.(1998).”Normal distribution assumptions in discrimination”. Proc. of IGARSS’88 symposium, Ebinburgh, Scotland, 1789-1791.

Kershaw, C.D. (1987).”Discrimination problem for satellite image”.international journal of remote sensing,8,1377-1383.

Lachenbruch, P.A.(1973).”Robustness of the linear and quadratic discrimination function to certain types of non-normality”. Commun.statist.,1(1),39-56.

Ripley, B.D.(1996).”Pattern Recogintion and Neural Networks”.Combridge University Press.